



DASAR PROBABILITAS

Modul 5. Pengantar Statistik

Dr. Ir. Prima Kristalina, MT

Maret 2020

OUTLINE

- Pendahuluan
- Makna dan kegunaan konsep Probabilitas
- Pendekatan klasik dan relative
- Sifat Probabilitas
- Review teori himpunan dan keterkaitannya dengan konsep probabilitas
- Dasar hukum Probabilitas
- Permutasi
- Kombinasi
- Tugas

PENDAHULUAN (1/2)

- Dalam kehidupan sehari-hari banyak kejadian (*event*) yang sulit diketahui dengan pasti, apalagi untuk kejadian yang akan datang.
- Pada prinsipnya, meskipun sulit diketahui, namun fakta-fakta yang ada bisa menuju derajat kepastian / derajat keyakinan (*degree of belief*) bahwa sesuatu akan terjadi.
- Derajat / tingkat kepastian atau keyakinan dari munculnya hasil percobaan statistik disebut **Probabilitas** (Peluang).

PENDAHULUAN (2/2)

- Probabilitas : besarnya kesempatan (kemungkinan) suatu peristiwa akan terjadi.
- Range berkisar antara 0 - 1, di mana "0" menyatakan bahwa peristiwa pasti tidak akan terjadi, dan "1" menyatakan bahwa peristiwa pasti terjadi.

MANFAAT KONSEP PROBABILITAS

- Kuantifikasi dari ketidakpastian dan penilaian pengaruhnya pada perilaku dan perancangan suatu sistem.
- Variabel acak, yaitu variabel yang tidak dapat diramalkan dengan pasti. Kepastian nilai variabel ini hanya dapat diramalkan dengan probabilitas.
- Pemodelan atau penaksiran dari data yang terbatas.

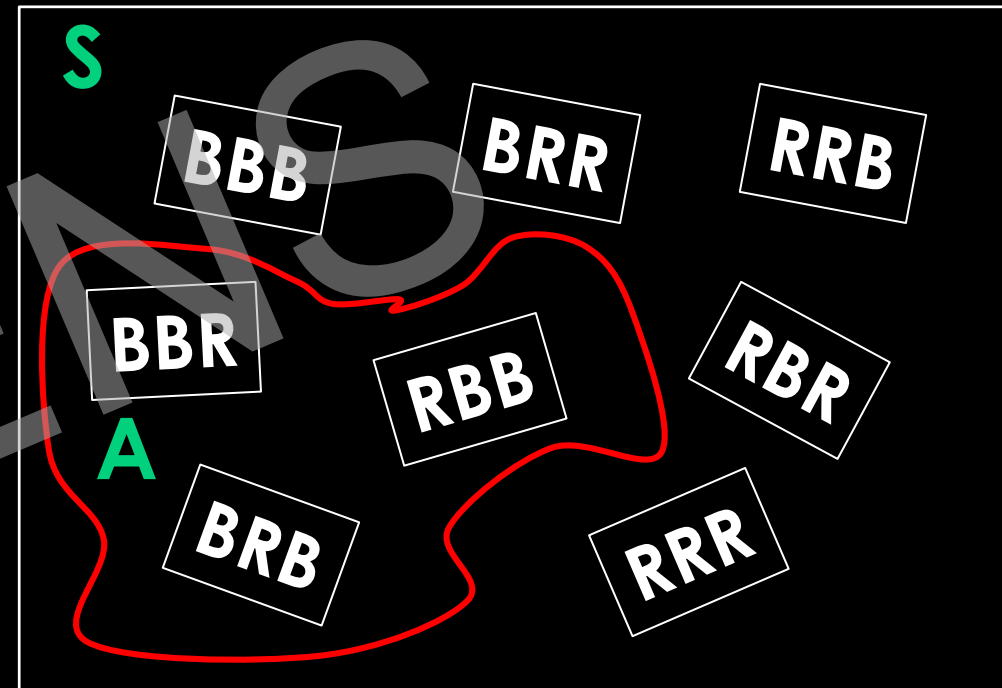
DEFINISI DASAR

- **Eksperimen/percobaan probabilitas** adalah segala kegiatan dimana suatu hasil (*outcome*) diperoleh.
- **Ruang sampel** adalah himpunan seluruh kemungkinan *outcome* dari suatu eksperimen/percobaan. Biasanya dinyatakan dengan S . Banyaknya *outcome* dinyatakan dengan $n(S)$.
- **Peristiwa/kejadian** adalah himpunan bagian dari *outcome* dalam suatu ruang sampel.

• Contoh

- Dilakukan **eksperimen**, yaitu memeriksa 3 buah kapasitor satu persatu secara berurutan dan mencatat kondisi kapasitor tersebut dengan memberi notasi B untuk kapasitor yang baik dan R untuk yang rusak.
- Maka **ruang sampel** pada eksperimen probabilitas pemeriksaan tersebut adalah $S = \{BBB, BBR, BRB, RBB, BRR, RBR, RRB, RRR\}$. Jumlah *outcome* dalam ruang sampel S adalah $n(S) = 2^3 = 8$.
- Jika A menyatakan **peristiwa** diperoleh satu kapasitor yang rusak, maka $A = \{BBR, BRB, RBB\}$. Jumlah *outcome* dalam ruang peristiwa adalah $n(A) = 3$.

Eksperimen → Periksa kondisi 3 kapasitor



$B = \text{Baik}$

$R = \text{Rusak}$

$S = \text{Ruang Sampel}$

$A = \text{Event/Peristiwa}$

PENDEKATAN KLASIK (1/2)

Definisi:

- Setiap peristiwa mempunyai **kesempatan yang sama** untuk terjadi.
- Bila kejadian A terjadi dalam m cara dari seluruh n cara yang mungkin terjadi dan masing-masing dari n cara itu mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul, maka probabilitas kejadian A , ditulis sebagai **$P(A)$** , dapat dituliskan sebagai:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{m}{n}$$

PENDEKATAN KLASIK (2/2)

Percobaan	Hasil		Probabi-litas
Kegiatan melempar uang	<ol style="list-style-type: none"> 1. Muncul gambar 2. Muncul angka 	2	$\frac{1}{2}$
Kegiatan perdagangan saham	<ol style="list-style-type: none"> 1. Menjual saham 2. Membeli saham 	2	$\frac{1}{2}$
Perubahan harga	<ol style="list-style-type: none"> 1. Inflasi (harga naik) 2. Deflasi (harga turun) 	2	$\frac{1}{2}$
Mahasiswa belajar	<ol style="list-style-type: none"> 1. Lulus memuaskan 2. Lulus sangat memuaskan 3. Lulus terpuji 	3	$\frac{1}{3}$

PENDEKATAN RELATIVE (1/2)

- Konsep perumusan ini menggunakan data statistik, dengan pendekatan empiris yang memakai frekuensi relatif dari terjadinya suatu kejadian dengan syarat banyaknya pengamatan atau sampel n sangat besar.
- Probabilitas suatu kejadian **tidak dianggap sama**, tergantung dari berapa banyak suatu kejadian terjadi.

$$P(A) = \frac{f}{n}$$

f = frekuensi kemunculan kejadian A, n = jumlah sampel

PENDEKATAN RELATIVE (2/2)

- Distribusi nilai 100 mahasiswa yang mengikuti ujian statistika diberikan sbb:

Nilai X	45	55	65	75	85	95
Frekuensi f	10	15	30	25	15	5

- Probabilitas kejadian E mahasiswa yang mendapat nilai 55 adalah:

$$P(E) = P(X = 55) = \frac{15}{100} = 0,15$$

- Probabilitas kejadian E mahasiswa yang nilainya di bawah 65 adalah:

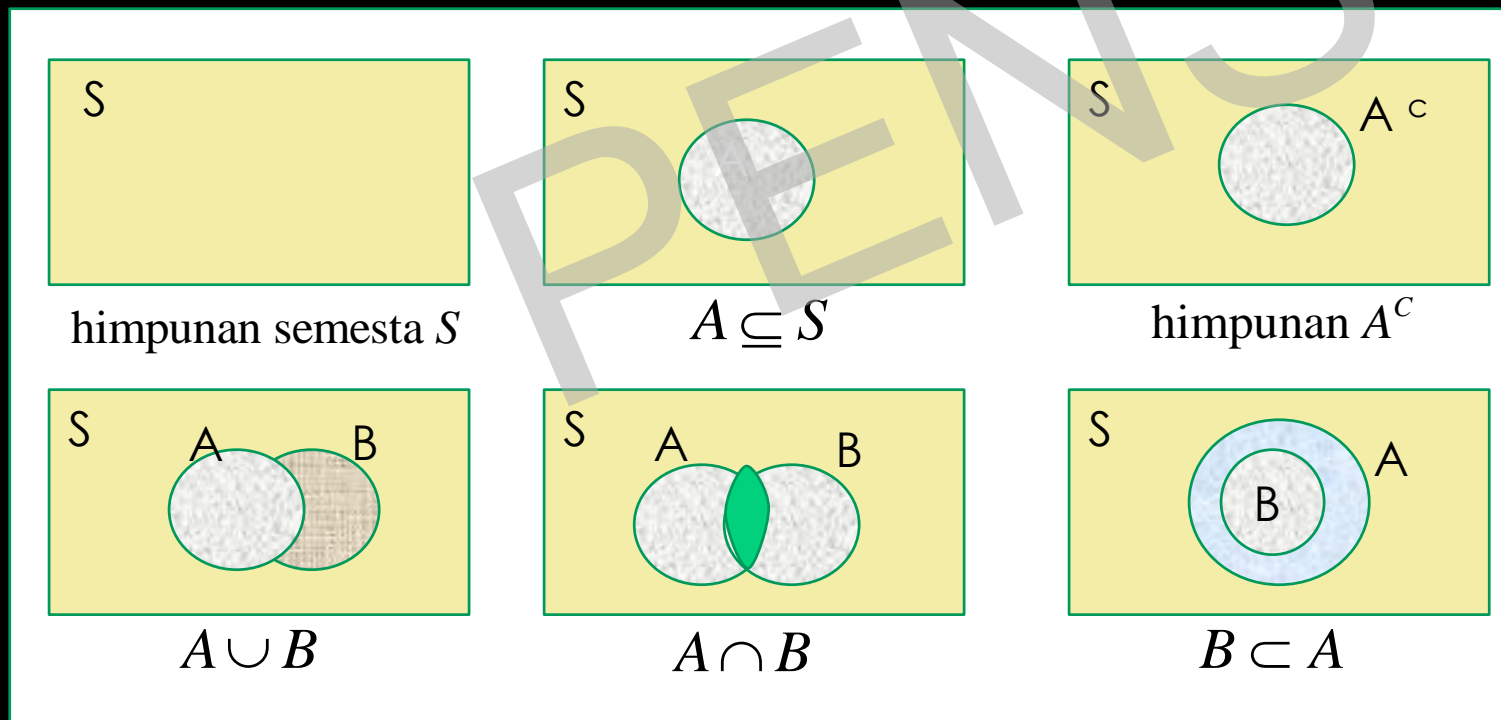
$$P(E) = P(X < 65) = P(X = 45) + P(X = 55) = \frac{10}{100} + \frac{15}{100} = 0,25$$

SIFAT-SIFAT PROBABILITAS KEJADIAN A

- $0 \leq P(A) \leq 1$, artinya nilai probabilitas kejadian A selalu terletak antara 0 dan 1
- $P(A) = 0$, artinya dalam hal tidak terjadi kejadian A (himpunan kosong), maka probabilitas kejadian A adalah 0. Dapat dikatakan bahwa kejadian A mustahil untuk terjadi.
- $P(A) = 1$, artinya dalam hal ada kejadian A, maka probabilitas kejadian A adalah 1. Dapat dikatakan bahwa kejadian A pasti terjadi.

REVIEW TEORI HIMPUNAN (1/3)

- Diagram Venn untuk berbagai kejadian dalam himpunan semesta S



REVIEW TEORI HIMPUNAN (2/3)

- **Sifat-sifat Himpunan**

- Komutatif: $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$

- Asosiatif: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

- Distributif:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

- **Hukum De Morgan**

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

REVIEW TEORI HIMPUNAN (3/3)

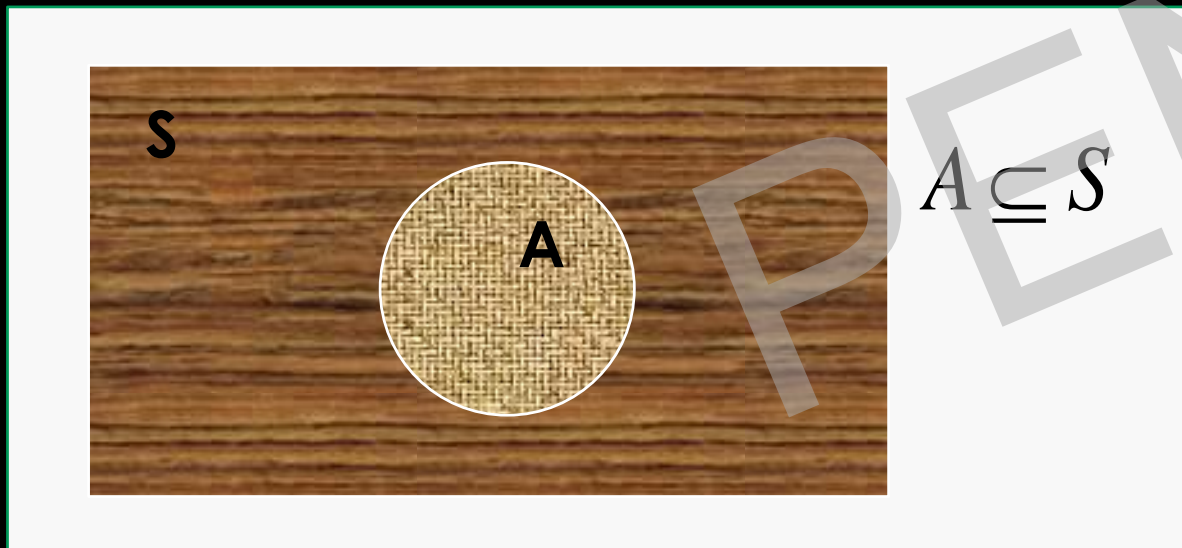
- Aljabar Boolean

$$\begin{aligned}A \cup A &= A \cap A = A \\A \cup \emptyset &= A \\A \cap \emptyset &= \emptyset \\A \cup S &= S \\A \cap S &= A \\A \cup A^c &= S \\A \cap A^c &= \emptyset\end{aligned}$$

- Aturan-aturan lain:

$$\begin{aligned}A \cup B &= A \cup (A^c \cap B) \\&= A + (A^c \cdot B)\end{aligned}$$

KETERKAITAN KONSEP PROBABILITAS DAN TEORI HIMPUNAN

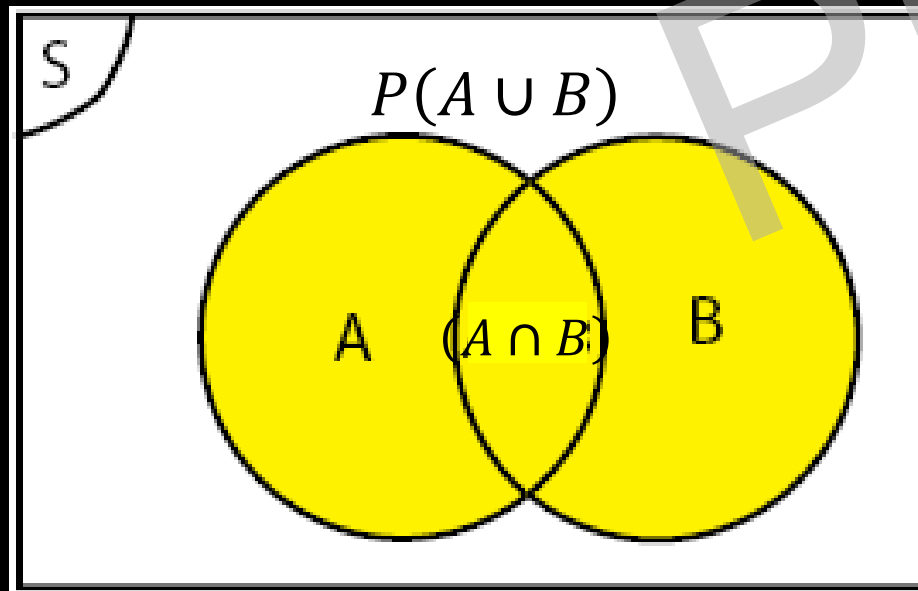


$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{m}{n}$$

DASAR HUKUM PROBABILITAS (1/4)

- Probabilitas gabungan dua kejadian dinyatakan sebagai

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Contoh : $P(A) = 0,35$, $P(B) = 0,40$, $P(C) = 0,25$

Maka $P(A \text{ ATAU } B) = 0,35 + 0,40 = 0,75$

DASAR HUKUM PROBABILITAS (2/4)

- Probabilitas dari $A \cup B \cup C$ adalah:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

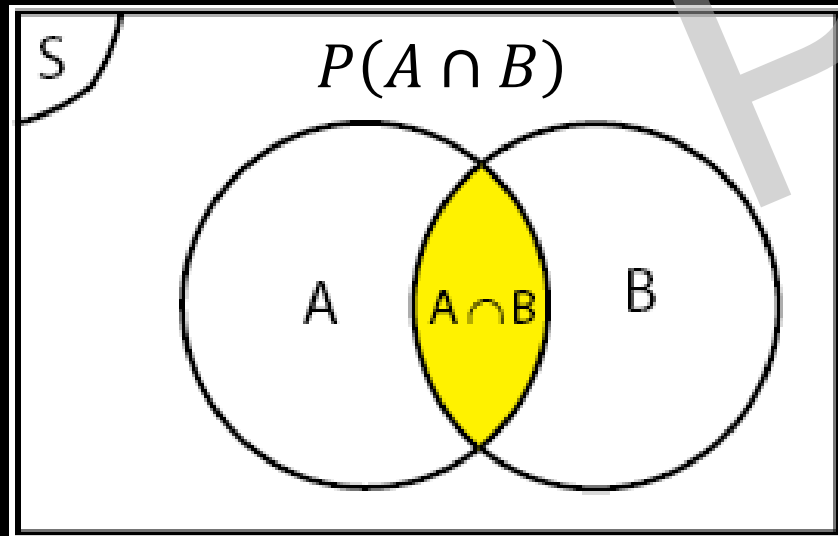
- Pada n kejadian:

$$P\left(\bigcup_{j=1}^n A_j\right) = \sum_{j=1}^n P(A_j) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n P(A_i A_j) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n \sum_{k=3}^n P(A_i A_j A_k)$$

DASAR HUKUM PROBABILITAS (3/4)

- **Hukum Perkalian**

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$



$$P(A \text{ DAN } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Apabila $P(A) = 0,35$ DAN $P(B) = 0,25$

Maka $P(A \text{ DAN } B) = 0,35 \times 0,25 = 0,0875$

DASAR HUKUM PROBABILITAS (4/4)

- Probabilitas dari $A \cap B \cap C$ adalah

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

- Pada n kejadian:

$$\begin{aligned} P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_N) &= P(A_1) \cdot P(A_2) \dots P(A_N) \\ &= P\left(\bigcap_{i=1}^N A_i\right) = \prod_{i=1}^N P(A_i) \end{aligned}$$

- Contoh 1:

Probabilitas Andi lulus mata kuliah Matematika adalah $\frac{1}{3}$ dan lulus mata kuliah Statistika adalah $\frac{1}{4}$. Jika probabilitas lulus kedua mata kuliah tersebut adalah $\frac{1}{6}$. Berapakah peluang lulus salah satu mata kuliah tersebut?

diketahui:

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$$
$$= \frac{5}{12}$$

- Contoh 2:

Sebuah web site mempunyai tiga server A, B, dan C, yg dipilih secara independent dg probabilitas:

$P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(C) = \frac{1}{4}$. Carilah:

- Probabilitas A atau B dipilih
- Probabilitas A tdk dipilih
- Probabilitas server A dipilih dua kali
- Probabilitas urutan seleksi server ABCA

Jawab:

- $P(A \text{ or } B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$
- $P(A^c) = 1 - P(A) = \frac{3}{4}$
- $P(AA) = P(A)P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
- $P(ABCA) = P(A)P(B)P(C)P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{128}$

PERMUTASI

- Susunan yang dibentuk dari anggota-anggota suatu himpunan dengan mengambil sebagian atau seluruh anggota himpunan dan memberi arti pada urutan masing-masing anggota tersebut.
- Jika dalam sebuah himpunan ada n anggota, dan terpilih sebanyak r anggota, dimana $r \leq n$ maka permutasi dari r terhadap n anggota tsb dinyatakan sebagai:

$${}_n P_r = P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

- **Contoh:**

- Berapa banyaknya cara untuk menerima 2 pasien rawat inap dari 4 orang pasien yang datang ?

$$n = 4, \quad r = 2$$

$$S = \{P_1, P_2, P_3, P_4\} = 4$$

$$R = \{(P_1, P_2), (P_1, P_3), (P_1, P_4), (P_2, P_1), (P_2, P_3), (P_2, P_4), \\ (P_3, P_1), (P_3, P_2), (P_3, P_4), (P_4, P_1), (P_4, P_2), (P_4, P_3)\} = 12$$

$${}_4P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 12$$

KOMBINASI

- Susunan yang dibentuk dari anggota-anggota suatu himpunan dengan mengambil sebagian atau seluruh anggota himpunan tanpa memberi arti pada urutan masing-masing anggota tersebut.
- Jika dalam sebuah himpunan ada n anggota, dan terpilih sebanyak r anggota, dimana $r \leq n$ maka kombinasi dari r terhadap n anggota tsb dinyatakan sebagai:

$${}_n C_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

- **Contoh:**

- Dalam sebuah kelompok terdapat 4 kimiawan dan 3 fisikawan. Buatlah susunan 3 orang sebagai panitia terdiri dari 2 kimiawan dan 1 fisikawan

$$n_1 = 4, \quad r_1 = 2 \quad S_K = \{K_1, K_2, K_3, K_4\}$$

$$n_2 = 3, \quad r_2 = 1 \quad S_F = \{F_1, F_2, F_3\}$$

$${}_4C_2 = \{(K_1, K_2), (K_1, K_3), (K_1, K_4), (K_2, K_3), (K_2, K_4), (K_3, K_4)\} = 6$$

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 6$$

$${}_3C_1 = \{F_1, F_2, F_3\} = 3$$

$$\binom{3}{1} = \frac{3!}{1!(3-1)!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 1} = 3$$

Banyaknya panitia terbentuk = $6 \times 3 = 18$ cara

TUGAS

1. Dalam sebuah toples berisi permen campur yang terdiri dari: 6 buah rasa mint, 4 buah rasa coffee, dan 3 buah rasa coklat. Bila seseorang mengambil acak dari dalam toples ini, carilah probabilitas untuk mendapatkan permen:
 - a. Rasa mint
 - b. Rasa coffee atau coklat.
2. Menjelang Pergantian kepengurusan BEM PENS akan dibentuk panitia inti sebanyak 2 orang (terdiri dari ketua dan wakil ketua), calon panitia tersebut ada 6 orang yaitu: Alif, Budi, Chika, Donny, Eni, Farid. Ada berapa pasang calon yang bisa duduk sebagai panitia inti tersebut?
3. Pengembang real estate menawarkan kepada konsumen 3 tipe rumah, 2 tipe garasi dan 3 tipe sistim pemanasan. Berapa macam disain rumah yang tersedia bagi konsumen ?