



# STATISTIK DEKRIPTIF: UKURAN PENYEBARAN DATA

Modul 4. Pengantar Statistik

Dr. Ir. Prima Kristalina, MT

Februari 2020

# OUTLINE

1. Pendahuluan
2. Beberapa bentuk penyebaran data
3. Ukuran Penyebaran data:
  - Range/rentang
  - Deviasi rata-rata
  - Varians / Ragam
  - Standar Deviasi
4. Jangkauan Inter Kuartil dan Simpangan Kuartil
5. Pemrograman Matlab untuk Statistik Deskriptif Penyebaran Data
6. Ukuran Kemiringan Kurva
7. Ukuran Keruncingan Kurva
8. Pemrograman Matlab untuk Fungsi Skewness dan Kurtosis
9. Tugas

# PENDAHULUAN

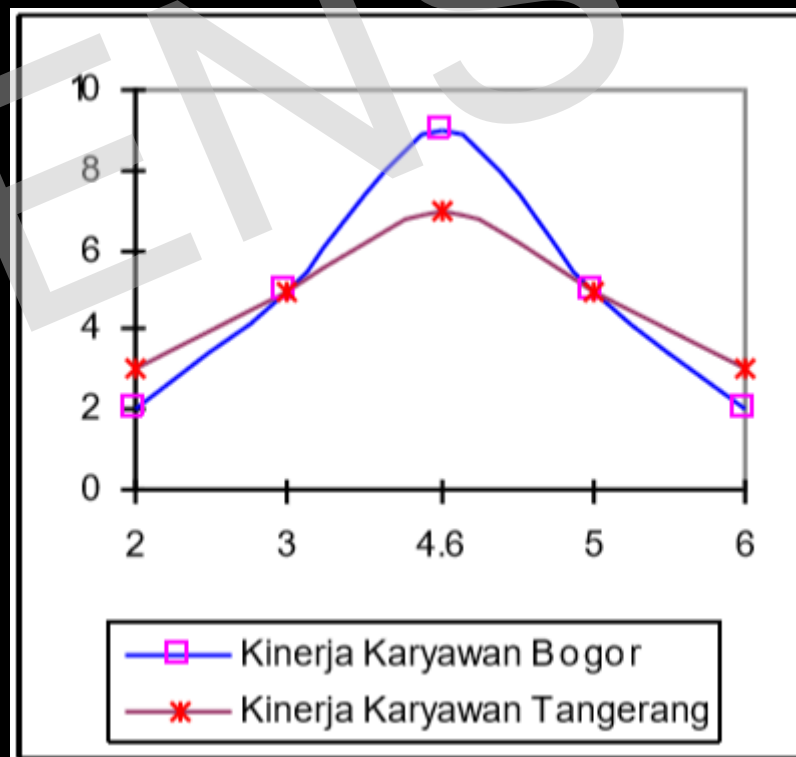
- Ukuran penyebaran data (dispersi) adalah suatu ukuran yang menyatakan seberapa besar nilai-nilai data berbeda atau bervariasi dengan nilai ukuran pusatnya
- Ukuran yang menyatakan seberapa besar penyimpangan nilai-nilai data dengan nilai pusatnya
- Ukuran penyebaran membantu mengetahui sejauh mana suatu nilai menyebar dari nilai tengahnya, apakah semakin kecil atau semakin besar.
- Berguna untuk **mencegah kesalahan** dalam penarikan kesimpulan

## CONTOH PENGGUNAAN UKURAN PENYEBARAN DATA

- Rata-rata bunga bank 11,43% per tahun, namun kisaran bunga antar bank dari 7,5% - 12,75%
- Rata-rata inflasi Indonesia 1995-2001 sebesar 18,2% dengan kisaran antara 6% - 78%
- Harga rata-rata saham Rp 470 per lembar, namun kisaran saham sangat besar dari Rp 50 - Rp 62.500 per lembar

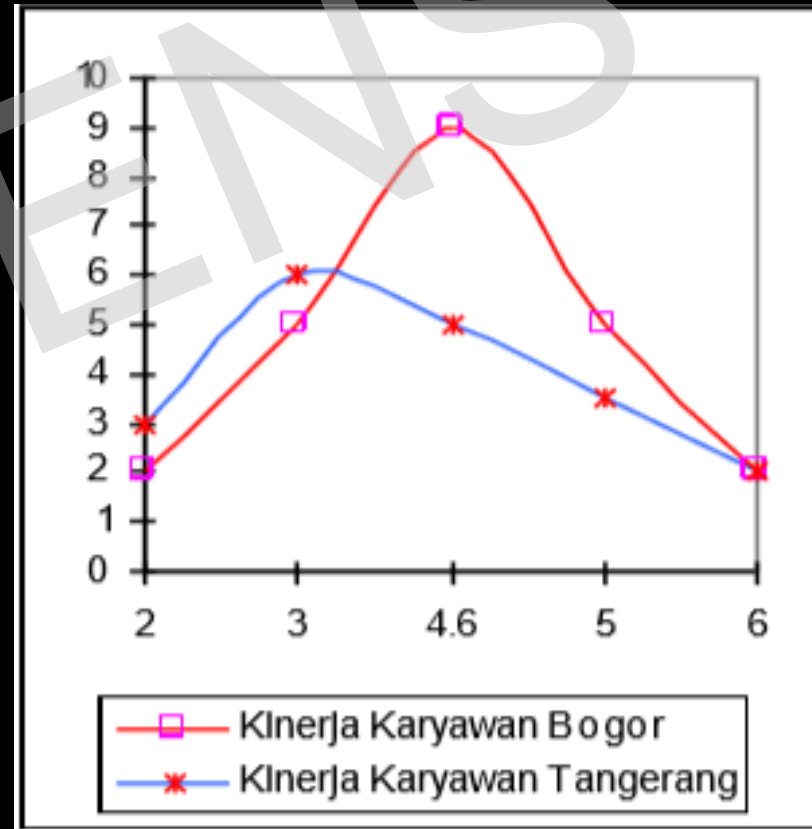
# BEBERAPA BENTUK PENYEBARAN DATA (1/3)

- Rata-rata sama, penyebaran berbeda



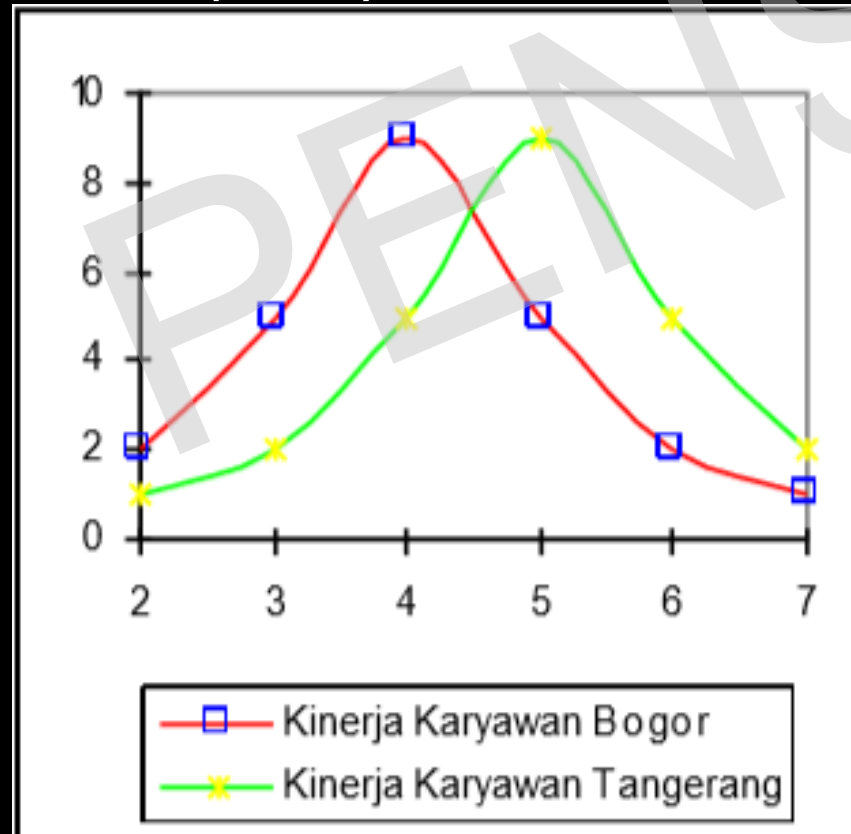
# BEBERAPA BENTUK PENYEBARAN DATA (2/3)

- Rata-rata berbeda, penyebaran berbeda



# BEBERAPA BENTUK PENYEBARAN DATA (3/3)

- Rata-rata berbeda, penyebaran sama



# UKURAN PENYEBARAN DATA (1/2)

- Penyebaran data tunggal
- Penyebaran data berkelompok

PENS



# UKURAN PENYEBARAN DATA (2/2)

1. Range
2. Deviasi Rata-rata
3. Varians
4. Standard Deviasi

PENS

# 1. RANGE/RENTANG (1/4)

- Selisih antara **nilai maksimum** dengan **nilai minimum** dalam sebuah gugus data
- Hanya memperhitungkan dua nilai, yaitu **nilai maksimum** dan **nilai minimum** dan tidak didasarkan pada seluruh nilai, sehingga sangat tidak stabil atau tidak dapat diandalkan sebagai indikator dari ukuran penyebaran
- range sangat dipengaruhi oleh **nilai-nilai ekstrim**
- Range tidak menggambarkan sebaran data terhadap nilai pusatnya

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

# RANGE/RENTANG (2/4)

- Contoh:
  - a. Tentukan range dari data : 20,3,5,10,7,12
  - b. Tentukan range dari data: 3,5,10,7

Jawab:

- a.  $R = 20 - 3 = 17$
- b.  $R = 10 - 3 = 7$

# RANGE/RENTANG (3/4)

- Contoh:

Nilai UAS Statistik Kelas 3D4TA dan 3D4TB adalah sebagai berikut:

Siswa Ke-	3D4TA	3D4TB
1	80	80
2	80	78
3	79	60
4	80	45
5	80	25
6	20	30
7	80	80
8	79	46
9	80	40
10	80	55

Hitung range masing-masing kelas.

**Jawab:**

$$3D4TA: 80 - 20 = 60$$

$$3D4TB: 80 - 25 = 55$$

# RANGE/RENTANG (4/4)

- Range untuk **data berkelompok**:
- Selisih antara **batas atas** dari kelas tertinggi dengan **batas bawah** dari kelas terendah

Kelas	Skor	Frekuensi
1	40-49	1
2	50-59	4
3	60-69	8
4	70-79	14
5	80-89	10
6	90-99	3

$$\text{Range} = 99 - 40 = 59$$

## 2. DEVIASI RATA-RATA (1/5)

- Deviasi rata-rata (MD) atau Deviasi rata-rata absolut /Mean Absolute Deviation (MAD) adalah rata-rata penyimpangan data-data dari nilai rata-ratanya (mean)
- Dicari harga mutlak dari selisih tiap data dengan mean-nya

$$MD_{populasi} = \frac{\sum |X_i - \mu|}{N}$$

$$MD_{sampel} = \frac{\sum |X_i - \bar{x}|}{n}$$

$\mu$  : rata-rata hitung populasi

$\bar{x}$  : rata-rata hitung sampel

$N$  : ukuran populasi

$n$  : ukuran sampel

$x_i$  : data ke- $i$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

# DEVIASI RATA-RATA (2/5)

- Contoh:

x (buah)	$ x_i - \bar{x} $
48	14
32	2
58	24
30	4
24	10
12	22
204	

$$\text{Rata-rata (Mean)} = \frac{48 + 32 + 58 + 30 + 24 + 12}{6} = 34 \text{ buah}$$

$$\text{Deviasi Rata-rata (Mean Deviation)} = \frac{14 + 2 + 24 + 4 + 10 + 22}{6} = 12.6 \text{ buah}$$

# DEVIASI RATA-RATA (3/5)

- Contoh:

x (buah)	$ x_i - \bar{x} $
48	14
32	2
58	24
30	4
24	10
12	22

$$\text{Rata-rata (Mean)} = \frac{48 + 32 + 58 + 30 + 24 + 12}{6} = 34 \text{ buah}$$

$$\text{Deviasi Rata-rata (Mean Deviation)} = \frac{14 + 2 + 24 + 4 + 10 + 22}{6} = 12.6 \text{ buah}$$



# DEVIASI RATA-RATA (4/5)

- Deviasi rata-rata untuk **data berkelompok**

$$MD = \frac{\sum f_i |X_i - \bar{x}|}{n}$$

- Contoh:

Kelas	Skor	Frekuensi
1	40-49	1
2	50-59	4
3	60-69	8
4	70-79	14
5	80-89	10
6	90-99	3

# DEVIASI RATA-RATA (5/5)

- Dibuatkan tabel untuk mempermudah hitungan:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2950}{40} = 73,75$$

$$MD = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

$$= \frac{1}{40} (360,5) = 9,0125$$

Skor	$f_i$	$x_i$	$f_i x_i$	$ x_i - \bar{x} $	$f_i  x_i - \bar{x} $
40-49	1	44,5	44,5	29,25	29,25
50-59	4	54,5	218	19,25	77
60-69	8	64,5	516	9,25	74
70-79	14	74,5	1043	0,75	10,5
80-89	10	84,5	845	10,75	107,5
90-99	3	94,5	283,5	20,75	62,25
$\Sigma$	<b>40</b>		<b>2950</b>		<b>360,5</b>

### 3. VARIANSI/RAGAM (1/6)

- Menunjukkan keragaman nilai di dalam sebuah himpunan.
- Untuk sekumpulan data, rata-rata varians adalah jumlah kuadrat dari selisih nilai observasi terhadap nilai rata-rata elemen data himpunan tersebut dibagi dengan jumlah data

# VARIANSI/RAGAM (2/6)

- o Untuk sampel kecil ( $n \leq 30$ )
  - o rata-rata hitung kuadrat setiap data terhadap rata-rata hitungnya

$$\sigma^2_{\text{populasi}} = \frac{\sum (X_i - \mu)^2}{N} \qquad s^2_{\text{sampel}} = \frac{\sum (X_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

- o Untuk sampel besar ( $n > 30$ )

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

# VARIANSI/RAGAM (3/6)

o Contoh:

x (buah)	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} ^2$
48	14	196
32	2	4
58	24	576
30	4	16
24	10	100
12	22	484

$$\text{Mean} = \frac{48 + 32 + 58 + 30 + 24 + 12}{6} = 34 \text{ buah}$$

$$\text{Varians} = \frac{196 + 4 + 576 + 16 + 100 + 484}{6-1} = 275,2 \text{ buah}$$

# VARIANSI/RAGAM (4/6)

- Varians untuk **data berkelompok**
- Untuk sampel kecil ( $n \leq 30$ )

$$s^2 = \frac{\sum f_i (X_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

- Untuk sampel besar ( $n > 30$ )

$$s^2 = \frac{\sum f_i (X_i - \bar{x})^2}{n}$$

# VARIANSI/RAGAM (5/6)

- o Contoh:

Tentukan ragam (variansi) dan simpangan baku (standar deviasi) dari data berikut:

Kelas	Skor	Frekuensi
1	40-49	1
2	50-59	4
3	60-69	8
4	70-79	14
5	80-89	10
6	90-99	3

# VARIANSI/RAGAM (6/6)

o Contoh:

Tentukan ragam (variansi) dari data berikut:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2950}{40} = 73,75$$

$$s^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{5477,49}{40} = 136,94$$

Skor	$f_i$	$x_i$	$f_i x_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
40-49	1	44,5	44,5	-29,25	855,56	855,56
50-59	4	54,5	218	-19,25	370,56	1.482,25
60-69	8	64,5	516	-9,25	85,56	684,48
70-79	14	74,5	1083	0,75	0,56	7,88
80-89	10	84,5	845	10,75	115,56	1.155,63
90-99	3	94,5	283,5	20,75	430,56	1.291,69
Jumlah	40		2.950			5.477,49



## 4. STANDAR DEVIASI (1/4)

- o Menunjukkan standar penyimpangan data terhadap nilai rata-ratanya
- o Merupakan akar kuadrat dari varians.

$$\sigma = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

# STANDAR DEVIASI (2/4)

- o Untuk sampel kecil ( $n \leq 30$ )

$$\sigma = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

- o Untuk sampel besar ( $n > 30$ )

$$\sigma = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{x})^2}{n}}$$

# STANDAR DEVIASI (3/4)

o Contoh:

x (buah)	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} ^2$
48	14	196
32	2	4
58	24	576
30	4	16
24	10	100
12	22	484

$$\text{Varians} = \frac{196 + 4 + 576 + 16 + 100 + 484}{6 - 1} = 275,2 \text{ buah}$$

$$\text{Standar deviasi} = 16,6 \text{ buah}$$

# STANDAR DEVIASI (4/4)

- Standar deviasi untuk **data berkelompok**
- Sama seperti standar deviasi data tunggal, namun variansi data kelompok dicari terlebih dahulu

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(x - \bar{x})^2}{\sum f}}$$

atau

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left[ \frac{\sum f.x}{\sum f} \right]^2}$$

# JANGKAUAN INTER KUARTIL DAN SIMPANGAN KUARTIL

- Jangkauan Inter Kuartil (IQR) dinyatakan sebagai range antara kuartil atas ( $Q_3$ ) terhadap kuartil bawah ( $Q_1$ )
- Simpangan Kuartil ( $Q_d$ ) didefinisikan sebagai setengah dari jangkauan inter kuartil

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

$$Q_d = \frac{1}{2} (Q_3 - Q_1)$$

## Contoh:

1. Tentukanlah jangkauan interkuartil (IQR) dan simpangan kuartil ( $Q_d$ ) pada data berikut ini :

57    49    30    46    59    43    42    47    40    45    44    56

## Jawab:

1. Urutkan data menjadi: 30    40    42    43    44    45    46    47    49    56    57    59
- ↓ ↓ ↓  
**Q1** **Q2** **Q3**

Bagilah daerah data menjadi 4 bagian, tetapkan posisi  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$

$$Q_1 = 42 + \frac{1}{2}(43 - 42)$$

$$= 42 + \frac{1}{2} = 42\frac{1}{2}$$

$$Q_3 = 49 + \frac{1}{2}(56 - 49)$$

$$= 49 + 3\frac{1}{2} = 52\frac{1}{2}$$

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

$$= 52\frac{1}{2} - 42\frac{1}{2} = 10$$

$$Q_d = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$$

2. Tentukan simpangan kuartil dari kelompok data berikut ini:

Kelas	Skor	Frekuensi
1	40-49	1
2	50-59	4
3	60-69	8
4	70-79	14
5	80-89	10
6	90-99	3

## Jawab :

Untuk menentukan  $Q_1$  diperlukan  $\frac{1}{4} \times 40$  data atau 10 data, jadi  $Q_1$  terletak pada kelas interval ke-3. Dengan  $b = 59,5$ ;  $p = 10$ ;  $F = 5$ ;  $f = 8$

$$\text{Nilai } Q_1 = 59,5 + 10 \left[ \frac{(1 \times 40 / 4) - 5}{8} \right] = 63,25$$

Untuk menentukan  $Q_3$  diperlukan  $\frac{3}{4} \times 40$  data atau 30 data, jadi  $Q_3$  terletak pada kelas interval ke-5. Dengan  $b = 79,5$ ;  $p = 10$ ;  $F = 27$ ;  $f = 10$

$$\text{Nilai } Q_3 = 79,5 + 10 \left[ \frac{(3 \times 40 / 4) - 27}{10} \right] = 82,5$$

Jadi, simpangan kuartil dari data di atas adalah:

$$Q_d = \frac{1}{2} (Q_3 - Q_1) = \frac{1}{2} (82,5 - 63,25) = 9,625$$



# PEMROGRAMAN MATLAB UNTUK FUNGSI STATISTIK DESKRIPTIF (PENYEBARAN DATA)

```
% Program 2. Fungsi Matlab untuk Statistik Dekskriptif 2
%
% Deretan data input
A = [57 49 30 46 59 43 42 47 40 45 44 56];

% Mengurutkan data mulai dari yang kecil sampai besar
urutkan=sort(A)
% Menghitung nilai jangkauan/rentang
rentang=range(A)
% Menghitung rata-rata deviasi absolut
Devabs=mad(A)
% Menghitung nilai varians data
varian=var(A)
% Menghitung deviasi standard data
deviasistd=std(A)
% Menghitung jangkauan interkuartil
interkuartil=iqr(A)
```

```
rentang =
    29

Devabs =
    5.9167

varian =
    65.3636

deviasistd =
    8.0848

interkuartil =
    10
```

# LATIHAN SOAL

1. Diketahui data nilai UAS dari dua kelas adalah sebagai berikut:

Kelas A	90	80	70	90	70	100	80	50	75	70
Kelas B	80	80	75	95	75	70	95	60	85	60

- Hitung Range dan deviasi rata-rata (MD) nya

2. Interval nilai matakuliah tertentu di sebuah kelas ditunjukkan pada tabel berikut:

Carilah:

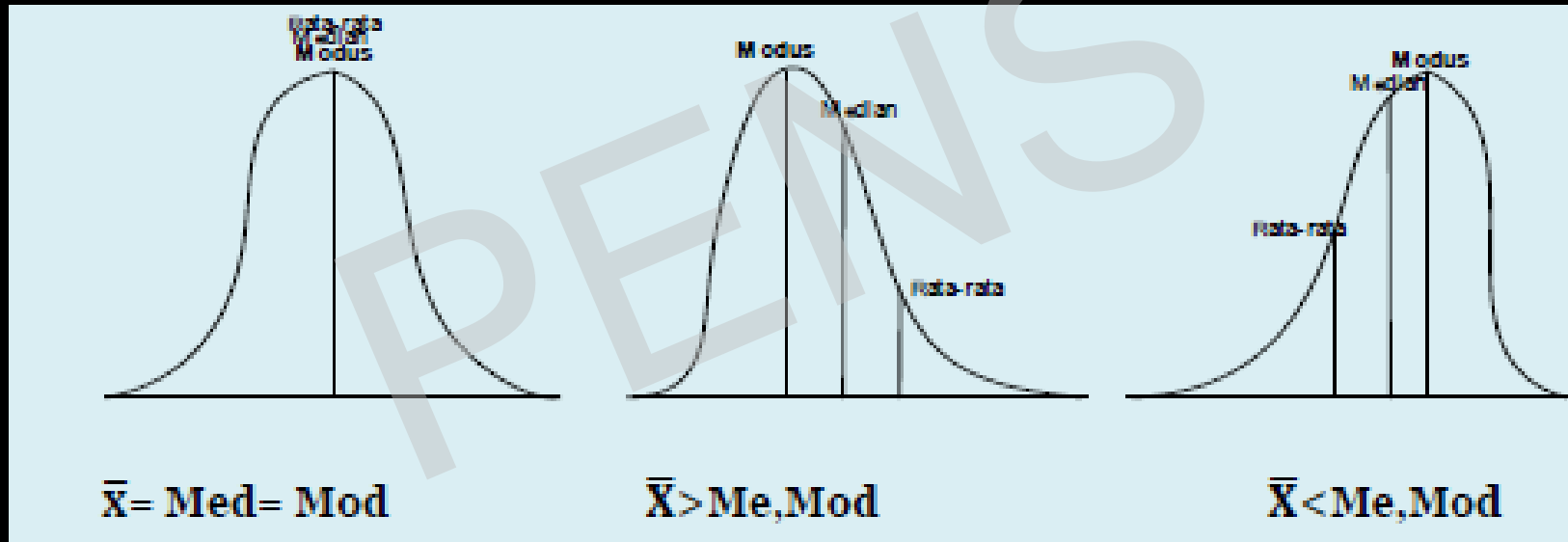
- Variansi
- Simpangan Baku
- IQR

Interval	Frekuensi	$x_i$
53 – 58	2	55.5
59 – 64	12	61.5
65 – 70	10	67.5
71 – 76	23	73.5
77 – 82	14	79.5
83 – 88	10	85.5
89 – 94	5	91.5
95 – 100	4	97.5
Jumlah	80	$\mu=75.375$

# UKURAN KEMIRINGAN KURVA (1/3)

- Kemiringan (skewness) adalah derajat ketidaksimetrisan atau penyimpangan dari kesimetrisan sebuah distribusi
- Distribusi yang tidak simetris akan memiliki rata-rata (mean), median dan modus yang tidak sama besarnya, sehingga distribusi data akan terkonsentrasi pada salah satu sisi kurvanya
- Untuk distribusi yang memiliki ekor lebih panjang ke kanan disebut miring ke kanan atau memiliki kemiringan positif
- Sebaliknya, jika ekor lebih panjang ke kiri disebut miring ke kiri atau memiliki kemiringan negatif

# UKURAN KEMIRINGAN KURVA (2/3)



$\bar{X}$ =mean, Me=Median, Mod=Modus

# UKURAN KEMIRINGAN KURVA (3/3)

- Koefisien Kemiringan **Pearson**

- Merupakan nilai selisih rata-rata ( $\bar{x}$ ) dengan modus ( $M_o$ ) dibagi simpangan baku ( $S$ )
- Dinyatakan sebagai:

$$s_k = \frac{\bar{X} - M_o}{S}$$

- Dinyatakan dengan median ( $M_e$ ):

$$s_k = \frac{3(\bar{X} - M_e)}{S}$$

$s_k = 0$  Kurva berbentuk simetris

$s_k > 0$  Nilai terkonsentrasi di kanan

Kurva miring ke kanan, miring positif

$s_k < 0$  Nilai terkonsentrasi di kiri

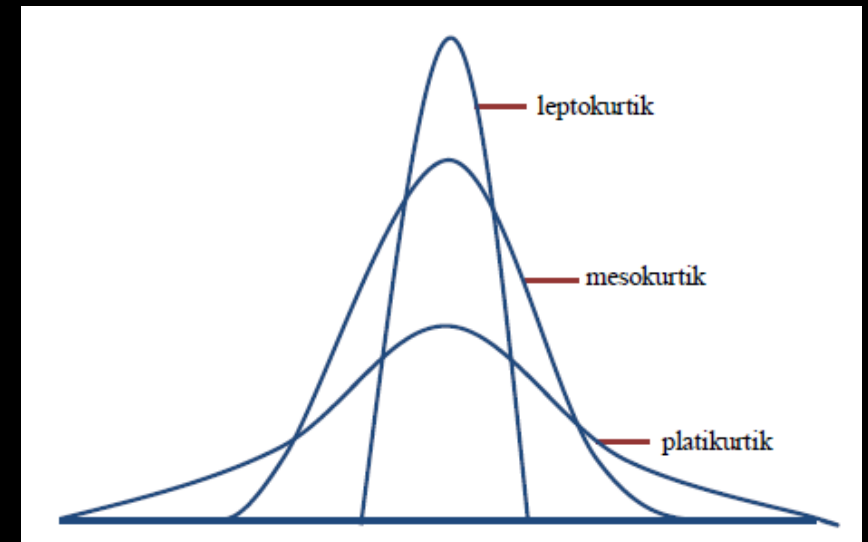
Kurva miring ke kiri, miring negatif

# UKURAN KERUNCINGAN KURVA (1/3)

- Keruncingan (kurtosis) adalah tingkat kepuncakan dari sebuah distribusi yang biasanya diambil secara relatif terhadap distribusi normal

# UKURAN KERUNCINGAN KURVA (2/3)

- Berdasarkan keruncingannya dibagi atas:
- Leptokurtik
  - Merupakan distribusi yang memiliki puncak relatif tinggi
- Platikurtik
  - Merupakan distribusi yang memiliki puncak hampir mendatar
- Mesokurtik
  - Merupakan distribusi yang memiliki puncak tidak tinggi tidak rendah



# UKURAN KERUNCINGAN KURVA (3/3)

- Koefisien keruncingan digunakan untuk mengetahui keruncingan suatu distribusi
  - Jika  $\alpha < 3$ , distribusinya platikurtik
  - Jika  $\alpha > 3$ , distribusinya leptokurtik
  - Jika  $\alpha = 3$ , distribusinya mesokurtik

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4}{S^4}$$



Data Tunggal

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i (X_i - \bar{X})^4}{S^4}$$



Data berkelompok



# PEMROGRAMAN MATLAB UNTUK FUNGSI SKEWNESS DAN KURTOSIS

```
% Program 3: Skewness dan Kurtosis
```

```
%
```

```
% Deretan Data Input
```

```
X=[95 80 100 90 95 90 90 85 80 90;75 65 75 95 90 95 90 100 90 100;  
85 80 85 90 90 95 85 80 85 85;90 75 85 80 85 85 100 90 80 75;  
85 85 80 75 70 80 90 95 95 80]
```

```
A=reshape(X,1,50);
```

```
figure(1)
```

```
histfit(A);
```

```
figure(2)
```

```
probplot('normal',A);
```

```
% Hitung mean, median dan modus dari deretan data
```

```
y=[mean(A),median(A),mode(A)]
```

```
% Hitung nilai skewness dan kurtosis
```

```
w=[skewness(A),kurtosis(A)]
```

```
X =
```

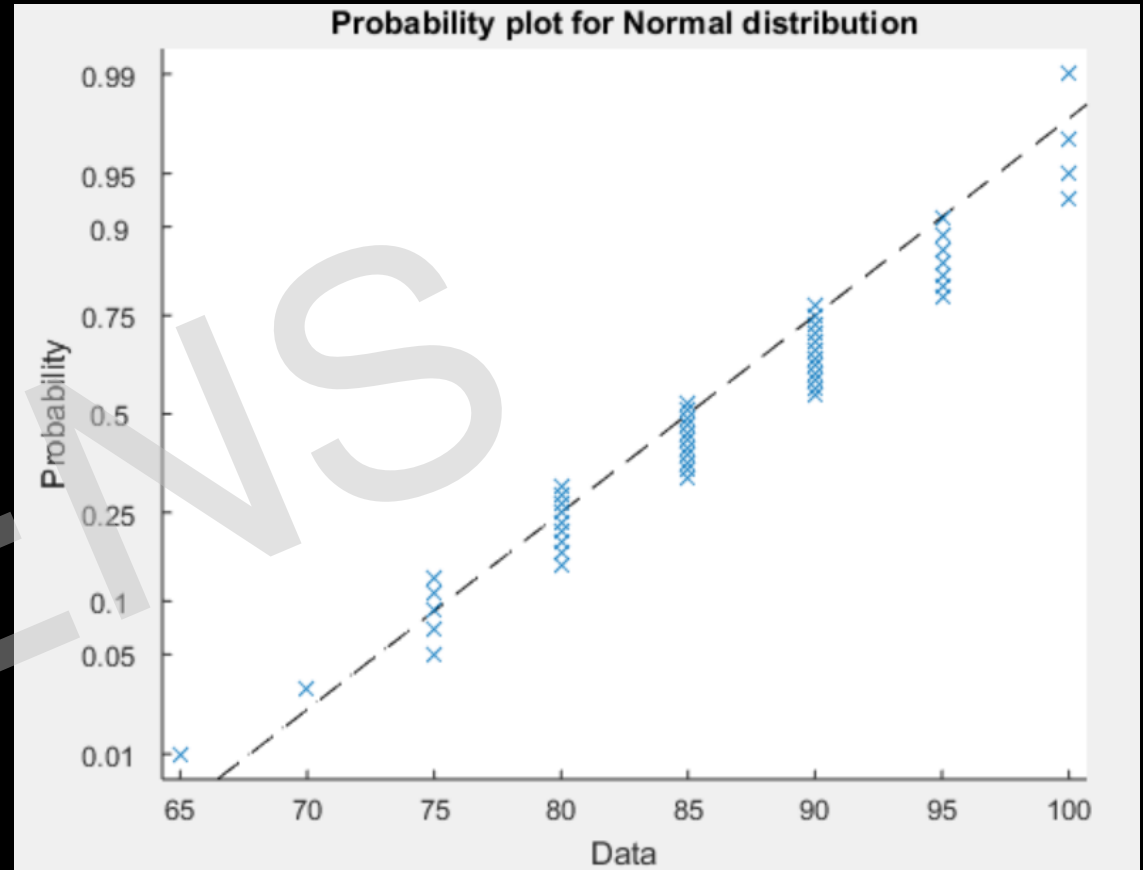
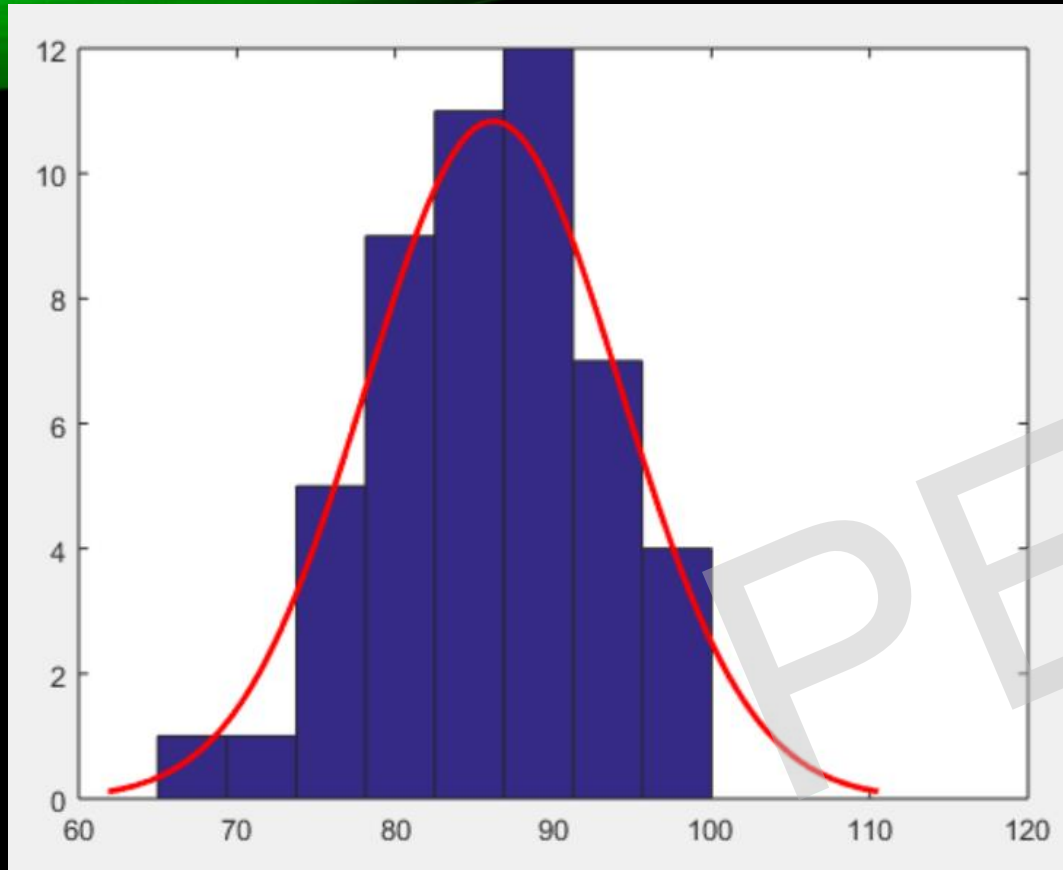
95	80	100	90	95	90	90	85	80	90
75	65	75	95	90	95	90	100	90	100
85	80	85	90	90	95	85	80	85	85
90	75	85	80	85	85	100	90	80	75
85	85	80	75	70	80	90	95	95	80

```
y =
```

86.2000	85.0000	90.0000
---------	---------	---------

```
w =
```

-0.2774	2.7348
---------	--------



- Contoh:

Tentukan keruncingan kurva dari data: 1 3 5 8 12

- Jawab:

X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^4$
1	-4,8	530,842
3	-2,8	61,4656
5	-0,8	0,4096
8	2,2	23,4256
12	6,2	1477,63
Jumlah	0	2093,78

$$\bar{X} = \frac{1+3+5+8+12}{5} = 5,8$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i)^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2} = 2,315$$

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{5}(2093,78)}{(2,315)^4} = \frac{418,756}{28,72} = 14,58$$

Karena nilai  $\alpha > 3$  maka distribusinya adalah **leptokurtik**

# TUGAS

1. Kumpulan nilai semua juri (N=50) mengenai hasil score sebuah perlombaan dinyatakan dalam tabel berikut ini

95	75	85	90	85
80	65	80	75	85
100	75	85	85	80
90	95	90	80	75
95	90	90	85	70
90	95	95	85	80
90	90	85	100	90
85	100	80	90	95
80	90	85	80	95
90	100	85	75	80

Kelompokkan nilai tersebut menjadi kelas interval dengan panjang kelas =10

Hitung:

1. Rata-rata nilai
2. Median
3. Modus
4. Variansi
5. Deviasi Rata-rata
6. IQR

Gambarkan:

- a. Kurva frekuensi Kumulatif nya
- b. histogram nya

2. Dari soal nomer 1, dapatkan:
  - a. Koefisien kemiringan kurva dengan metode Pearson. Termasuk skewness negative atau positif?
  - b. Koefisien keruncingan kurva, termasuk jenis kurtosis yang mana?
  - c. Gambarkan kurva distribusi kemiringannya
  - d. Gambarkan kurva distribusi keruncingannya

3. Statistik di sebuah hotel dalam 1 bulan memiliki data sebagai berikut:

Jumlah hari menginap	Jumlah tamu
1 - 3	7
4 - 6	6
7 - 9	10
10 - 12	4
13 - 15	3

Hitung:

1. Rata-rata jumlah tamu menginap dalam 1 bulan
2. Modus jumlah tamu
3. Dengan frekuensi kumulatif menggunakan **ogive positif**, dapatkan
  - a. Berapa persen jumlah tamu menginap antara 10 sampai 12 hari ?
  - b. Berapa persen jumlah tamu menginap kurang dari 6 hari ?

4. Kisaran harga saham pada bursa saham adalah sebagai berikut:

Kisaran (Rp)	Jumlah perusahaan
1000-2000	5
2000-3000	3
3000-4000	2
4000-5000	4
5000-6000	6
6000-7000	4
7000-8000	3
8000-9000	2
9000-10000	1

Hitung:

1. Deviasi rata-rata nya
2. Standar deviasi
3. Varians
4. Simpangan kuartil nya