

Program Pasca Sarjana Terapan
Politeknik Elektronika Negeri Surabaya



Probability and Random Process

Topik 6a. Pengujian Hipotesis 1

Prima Kristalina
Mei 2015

Outline

1. Pengertian Hipotesis
2. Tingkat Signifikansi
3. Kekeliruan dalam Pengujian Hipotesis
4. Prosedur Pengujian Hipotesis
5. Penentuan Formulasi Pengujian Hipotesis
6. Penentuan Arah Pengujian Hipotesis
7. Penentuan Taraf Nyata Pengujian Hipotesis
8. Penentuan Kriteria Pengujian Hipotesis
9. Hitung Nilai Uji Statistik
10. Contoh-contoh soal

Pengertian Hipotesis

- Hipotesis → dari bhs. Yunani: Hupo=sementara, Thesis=Pernyataan/dugaan
- Hipotesis : Suatu pernyataan yang masih lemah kebenarannya dan perlu dibuktikan.
- Hipotesis: Suatu dugaan yang sifatnya masih sementara.
- Setiap hipotesis bisa benar atau tidak benar, perlu prosedur untuk menentukan apakah hipotesis diterima atau ditolak.
- Pengujian Hipotesis: sebuah prosedur yang akan menghasilkan suatu keputusan, dimana akan menolak atau menerima hipotesis.

Pengertian Hipotesis

- Hipotesis ada 2 macam:
 - a) Hipotesis Penelitian → tidak diuji secara empirik, bersifat verbal
 - b) Hipotesis Statistik → Hipotesis yang diuji secara empirik.
- Untuk bisa diuji, maka hipotesis penelitian harus diterjemahkan ke dalam hipotesis statistik

Pengertian Hipotesis

- Pada pengujian hipotesis, sampel acak diambil, nilai statistik yang diperlukan dihitung, kemudian dibandingkan menggunakan kriteria tertentu.
- Jika tidak sesuai dengan hipotesis yang ditetapkan, maka hipotesis ditolak, sebaliknya jika sesuai maka hipotesis diterima.

Level Signifikansi

- Level/tingkat signifikansi (significant level) adalah standard statistik yang digunakan untuk menolak hipotesis awal (H_0).
- Jika ditentukan sebuah nilai signifikansi, α , maka akan ditolak jika hasil perhitungan dari sampel sedemikian berbeda dengan nilai dugaan awal yang dihipotesakan.

Perlu Diingat !

- **Penolakan** suatu hipotesis terjadi karena **TIDAK CUKUP BUKTI** untuk **MENERIMA** hipotesis tersebut dan **BUKAN** karena **HIPOTESIS ITU SALAH.**
- **Penerimaan** suatu hipotesis terjadi karena **TIDAK CUKUP BUKTI** untuk **MENOLAK** hipotesis tersebut dan **BUKAN** karena **HIPOTESIS ITU BENAR**

Kekeliruan dalam Pengujian Hipotesis

- Kekeliruan yang perlu diperhatikan dalam pengujian hipotesis:
 - Kekeliruan Tipe I:
 - Menolak Hipotesis Awal yang seharusnya benar
 - Kekeliruan Tipe II:
 - Menerima Hipotesis Awal yang seharusnya salah

Kesimpulan	Keadaan Sebenarnya	
	Hipotesis Benar	Hipotesis Salah
Terima Hipotesis	Benar	Keliru (Tipe II)
Tolak Hipotesis	Keliru (Tipe I)	Benar

Prosedur Pengujian Hipotesis

1. Tentukan Formulasi Hipotesis (dalam bentuk H_0 dan H_1)
2. Tentukan tingkat kepercayaan/taraf nyata pengujian (α atau $\alpha/2$)
3. Tentukan statistik uji (Z atau t)
4. Tentukan arah pengujian (1 atau 2 arah)
5. Tentukan nilai titik kritis atau daerah penerimaan /penolakan H_0
6. Cari nilai statistik hitung
7. Tentukan Kesimpulan (terima atau tolak H_0)

** Langkah 2,3 dan 4 bisa dibolak-balik*

Perumusan Hipotesis

- Dinyatakan sebagai Kalimat Pernyataan (Deklaratif)
- Melibatkan minimal dua variabel penelitian
- Mengandung sebuah prediksi
- Harus dapat diuji

Contoh 1:

- Seorang staf analisis harga pasar akan membuktikan pendapat bahwa dengan kenaikan BBM, maka harga daging sapi di sebuah wilayah akan lebih tinggi dari harga sebelumnya
 - **Hipotesis awal** : Harga daging sapi di sebuah wilayah sama saja dengan harga sebelumnya
- Staf tersebut akan mengambil sampel, melakukan pengujian, dan berharap agar pengujian awal ditolak sehingga pendapatnya diterima

Menentukan Formulasi Hipotesis

- Formulasi Hipotesis dibedakan 2 macam:
 - Hipotesis **nol** (H_0): Hipotesis Awal yang diharapkan akan ditolak. Hipotesis ini menyatakan kondisi yang menjadi dasar perbandingan terhadap hipotesis yang lain.
 - Hipotesis **alternatif** (H_1): Penolakan H_0 akan membawa kita kepada penerimaan Hipotesis alternatif ini.
- Nilai H_0 harus menyatakan dengan pasti sebuah nilai parameter \rightarrow ditulis dalam bentuk persamaan (=)
- Nilai H_1 dapat memiliki beberapa kemungkinan \rightarrow ditulis dalam bentuk pertidaksamaan ($<, >, \neq$)

Contoh 2:

- Sebelum BBM naik, harga daging sapi per kilo adalah Rp 50.000,-

Akan diuji pendapat dari staf analisis pada contoh 1 sebelumnya:

- Hipotesis awal dan alternatif bisa dibuat sbb:

$H_0 : \mu = \text{Rp. } 50.000,-$ (harga baru sama dgn harga lama)

$H_1 : \mu \neq \text{Rp. } 50.000,-$ (harga baru tidak sama dgn harga lama)

- Atau:

$H_0 : \mu = \text{Rp. } 50.000,-$ (harga baru sama dgn harga lama)

$H_1 : \mu > \text{Rp. } 50.000,-$ (harga baru lebih besar dari harga lama)

Menentukan Arah Pengujian

- Arah Pengujian Hipotesis dibedakan 2 macam:
- Pengujian Satu Arah
 - Pengujian H_0 dan H_1 adalah sbb:
 - H_0 ditulis dalam bentuk persamaan (menggunakan tanda =)
 - H_1 ditulis dalam bentuk lebih besar ($>$) atau lebih kecil ($<$)
- Pengujian Dua Arah
 - H_0 ditulis dalam bentuk persamaan (menggunakan tanda =)
 - H_1 ditulis dalam bentuk pertidaksamaan (\neq)

Menentukan Arah Pengujian

- Pengujian Dua Arah

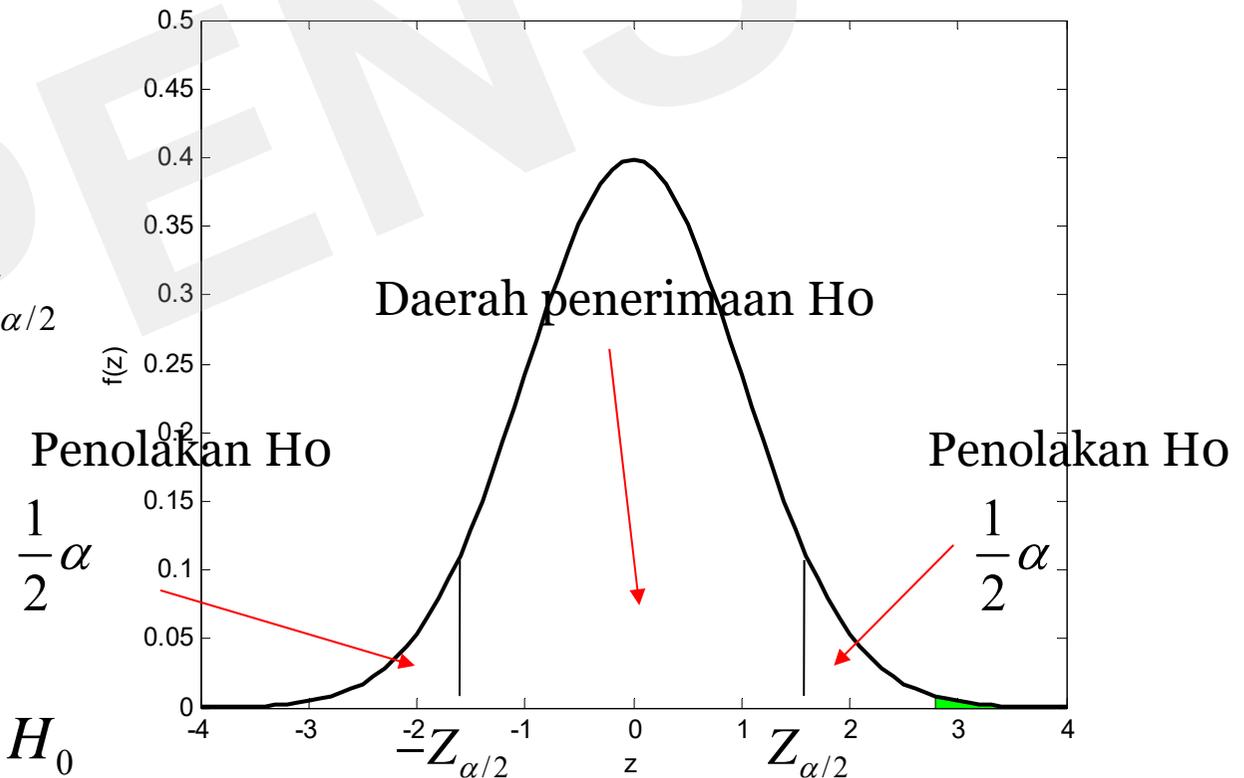
$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta \neq \theta_0$$

Daerah Kritis:

$$Z > Z_{\alpha/2} \text{ dan } Z < -Z_{\alpha/2}$$

θ_0 adalah rata-rata yang diajukan dalam H_0



Menentukan Arah Pengujian

- Pengujian Satu Arah (Kiri)

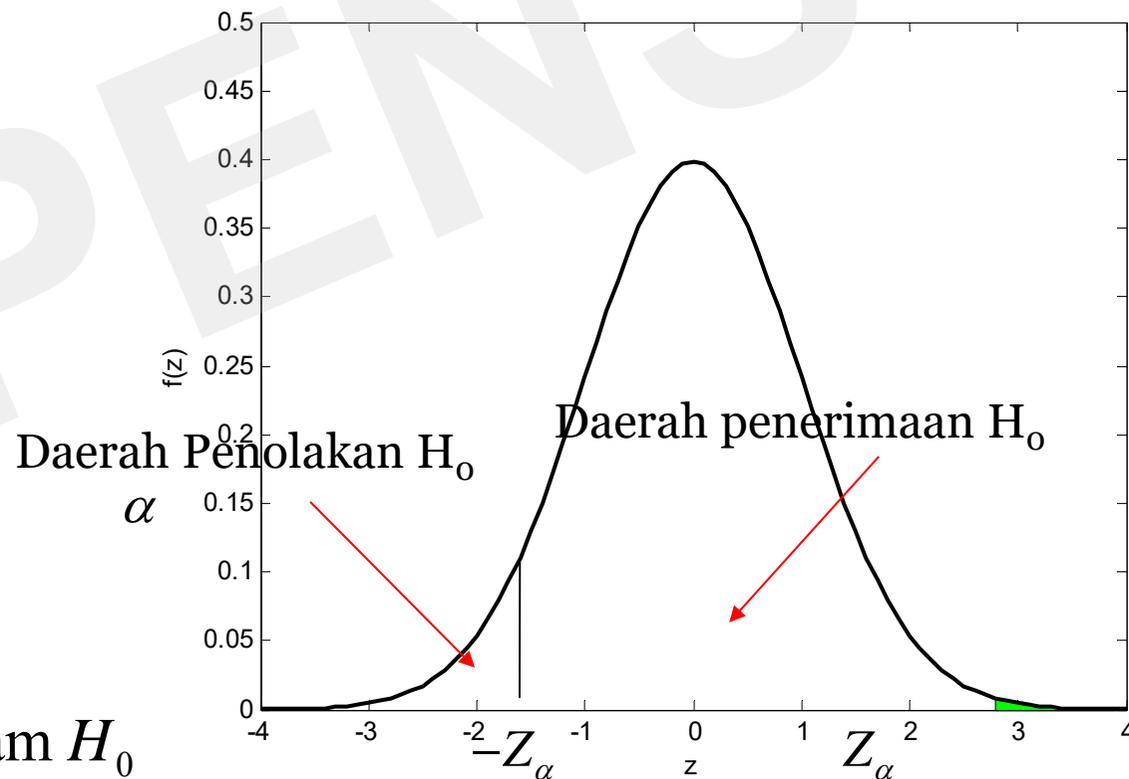
$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta < \theta_0$$

Daerah Kritis:

$$Z < -Z_\alpha$$

θ_0 adalah rata-rata yang diajukan dalam H_0



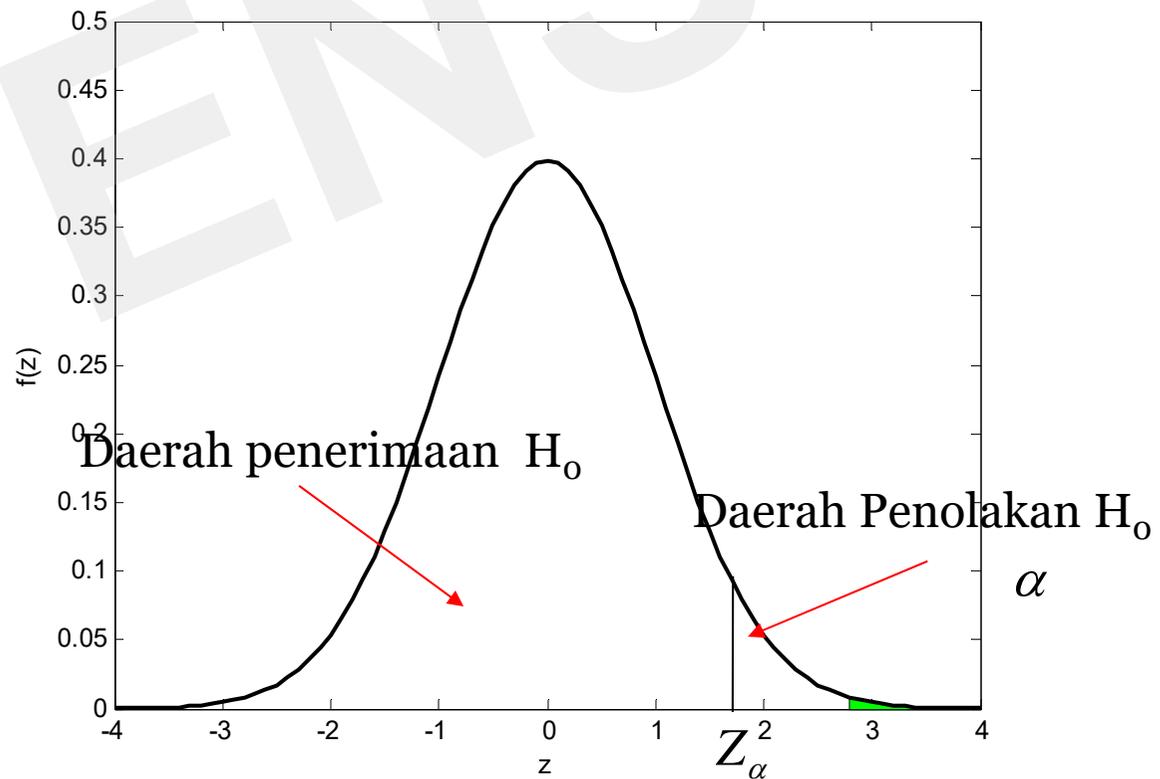
Menentukan Arah Pengujian

- Pengujian Satu Arah (Kanan)

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta > \theta_0$$

Daerah Kritis: $Z > Z_\alpha$



Menentukan Arah Pengujian

- Rangkuman

Hipotesis	2 arah	1 arah kanan	1 arah kiri
H nol (H_0)	$\theta = \theta_0$	$\theta = \theta_0$	$\theta = \theta_0$
H alternatif (H_1)	$\theta \neq \theta_0$	$\theta > \theta_0$	$\theta < \theta_0$

Contoh Kasus:

1. Hasil pengukuran sensor suhu menyatakan rata-rata tidak melebihi 31°C di ruang server. Nyatakan hipotesis nol dan hipotesis alternatif untuk menguji pernyataan tersebut.
2. Sebuah perusahaan layanan internet mengklaim bahwa bit error rate jaringannya tidak melebihi 1 dibandingkan 1 juta bit yang dikirim per detik. Nyatakan hipotesis nol dan hipotesis alternatif untuk menguji pernyataan tersebut.

Menentukan Taraf Nyata (significant Level)

- Taraf nyata adalah besaran batas toleransi dalam menerima kesalahan hasil hipotesis thd nilai parameter populasinya
- Besaran taraf nyata bergantung kepada keberanian pembuat keputusan menentukan berapa besarnya suatu kesalahan dapat ditolerir
- Besaran taraf nyata dinyatakan dalam α , dimana daerah kritis dibagi atas α untuk pengujian 1 arah dan $\alpha / 2$ untuk pengujian 2 arah.
- Besaran kesalahan tersebut dinamakan daerah kritis/daerah penolakan.
- Taraf nyata 5% atau $\alpha = 0,05$ artinya:
 - 5 dari 100 kesimpulan menolak hipotesa yang seharusnya diterima
 - Dengan kata lain kita telah memilih 95% kesimpulan benar
 - Peluang kesalahan dari hipotesa adalah 0,05.

Menentukan Kriteria Pengujian

- Bentuk pembuatan keputusan dalam menerima / menolak hipotesis nol dengan cara membandingkan nilai tabel distribusinya dengan nilai statistiknya.
- Penerimaan H_0 : nilai uji statistiknya berada di luar nilai kritis
- Penolakan H_0 : nilai uji statistiknya berada di dalam nilai kritis

Menentukan Kriteria Pengujian

- Kriteria Penolakan Pengujian 2 Arah:
 - Jika hipotesis alternatif H_1 menyatakan **pertidaksamaan**, maka didapat dua daerah kritis di kiri kanan distribusi
 - Luas masing-masing daerah kritis adalah $\alpha/2$ karena ada dua daerah penolakan
 - Kriteria pengujian: tolak H_0 jika statistik yang dihitung berdasarkan sampel tidak kurang dari daerah penolakan negatif dan tidak lebih dari daerah penolakan positif

Menentukan Kriteria Pengujian

- Kriteria Penolakan Pengujian 1 Arah (Kanan)
 - Jika hipotesis alternatif H_1 menyatakan **lebih besar**, maka didapat sebuah daerah kritis di sebelah kanan distribusi
 - Luas masing-masing daerah kritis adalah α karena hanya ada satu daerah penolakan
 - Kriteria pengujian: tolak H_0 jika statistik yang dihitung berdasarkan sampel tidak kurang dari daerah penolakan

Menentukan Kriteria Pengujian

- Kriteria Penolakan Pengujian 1 Arah (Kiri)
 - Jika hipotesis alternatif H_1 menyatakan **lebih kecil**, maka didapat sebuah daerah kritis di sebelah kiri distribusi
 - Luas masing-masing daerah kritis adalah α karena hanya ada satu daerah penolakan
 - Kriteria pengujian: terima H_0 jika statistik yang dihitung berdasarkan sampel lebih besar dari batas daerah penolakan, sebaliknya, tolak H_0

Hitung nilai Uji Statistik

- Uji statistik merupakan persamaan-persamaan yang berhubungan dengan distribusi tertentu, untuk menguji hipotesa.
- Distribusi yang digunakan: Distribusi Z, t dan F
- Distribusi Z digunakan untuk jumlah sampel besar
- Distribusi t digunakan untuk jumlah sampel kecil

Hitung nilai Uji Statistik

Cara menentukan nilai Uji Statistik dibedakan menjadi:

1. Sampel Besar ($n \geq 30$)

- Simpangan baku (σ) diketahui
 - Simpangan baku (σ) tidak diketahui
- Gunakan Distribusi Z

2. Sampel Kecil ($n < 30$)

- Simpangan baku (σ) diketahui
 - Simpangan baku (σ) tidak diketahui
- Gunakan Distribusi t

Hitung nilai Uji Statistik

Pengujian Sampel Besar, σ diketahui:

- Dengan rata-rata μ , simpangan baku σ dan jumlah sampel n .
- Nilai uji Z :

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Hitung nilai Uji Statistik

Pengujian Sampel Besar, σ tidak diketahui:

- Dengan rata-rata μ , simpangan baku σ dan jumlah sampel n .
- Nilai uji Z :

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

Hitung nilai Uji Statistik

Pengujian Sampel Kecil :

- Dengan rata-rata μ , simpangan baku σ dan jumlah sampel n .
- Nilai uji t :

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

Contoh 3:

- Dari 100 nasabah bank, rata-rata penarikan per bulan melalui ATM adalah \$ 495.

Dengan simpangan baku=\$45 dan taraf nyata 1%, ujilah:

- a) Apakah rata-rata nasabah menarik melalui ATM kurang dari \$500 per-bulan ?
- b) Apakah rata-rata nasabah menarik melalui ATM tidak sama dengan \$500 per bulan ?

Jawab:

Diket: $\bar{x} = 495$, $\sigma = 45$, $n = 100$, $\alpha = 0,01$, $\mu_0 = 500$

a) $H_0: \mu = 500$ $H_1: \mu < 500$

Statistik Uji: Ditribusi Z (karena $n > 30$)

Arah Pengujian: 1 Arah (Kiri)

Taraf Nyata = $\alpha = 1\% = 0,01$

Titik Kritis: $Z < -Z_{0,01} = -2.33 \rightarrow$ lihat distribusi Z

- Hitungan statistika :

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{495 - 500}{45 / \sqrt{100}} = \frac{-5}{4,5} = -1,11$$

- Kesimpulan:
- Hasil hitungan statistika = -1,11 berada di sebelah kiri dari titik kritis -2,33 atau lebih besar dari batas penolakan. Berarti, hipotesis H_0 bisa diterima.
- Sehingga dinyatakan bahwa rata-rata penarikan uang di ATM masih \$500, bukan di bawah \$500.

- b) $H_0: \mu = 500$ $H_1: \mu \neq 500$
Statistik Uji: Distribusi Z (karena $n > 30$)
Arah Pengujian: 2 Arah
Taraf Nyata = $\alpha/2 = 0,5\% = 0,005$
Titik Kritis: $Z > Z_{0,005}$ dan $Z < -Z_{0,005}$
- Daerah Penolakan: Di atas 1,65 dan di bawah -1,65
 - Hitungan Statistika sama dengan a) yaitu -1,11
 - Kesimpulan:
 - Karena hasil hitungan statistika berada di antara -1,65 dan 1,65, berarti masuk daerah Hipotesis H_0 diterima.
 - Sehingga dinyatakan bahwa rata-rata penarikan uang di ATM masih \$500, bukan tidak sama dengan \$500.

Contoh 4:

Dari 20 sampel pengukuran kuat sinyal zigbee pemancar ke penerima didapatkan rata-ratanya -75 dBm.

Dengan simpangan baku 2 dBm dan taraf nyata 5% ujilah:

- a) Apakah rata-rata pengukuran kuat sinyal lebih dari -76 dBm?
- b) Apakah rata-rata pengukuran kuat sinyal tidak sama dengan -76 dBm ?

Jawab:

Diketahui : $\bar{x} = -75$, $\sigma = 2$, $n = 20$, $\alpha = 0,05$, $\mu_0 = -76$

a) $H_0: \mu = -76$ $H_1: \mu > -76$

Statistik Uji: Distribusi t (karena $n < 30$)

Arah Pengujian: 1 Arah (Kanan)

Taraf Nyata $= \alpha = 5\% = 0,05$

Titik Kritis: $t > t_{0,05} = 1,729$

→ lihat distribusi t utk $\alpha = 0,05$ dk = $20 - 1 = 19$

- Hitungan statistika :

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{-75 - (-76)}{2 / \sqrt{20}} = \frac{1}{0.044} = 2,236$$

- Kesimpulan
- Hasil hitungan statistika =2,236 berada di sebelah kanan dari titik kritis 1,729 atau lebih besar dari batas penerimaan. Berarti, hipotesis Ho ditolak.
- Sehingga dinyatakan bahwa rata-rata kuat sinyal zigbee memang lebih dari -76 dbm, bukan sama dengan -76 dBm.

b) $H_0: \mu = -76$ $H_1: \mu \neq -76$

Statistik Uji: Distribusi t (karena $n < 30$)

Arah Pengujian: 2 Arah

Taraf Nyata = $\alpha/2 = 2,5\% = 0,025$

Titik Kritis: $t > t_{0,025}$ dan $t < -t_{0,025}$ dk=19

- Daerah Penolakan: Di atas 2,03 dan di bawah -2,093
- Hitungan Statistika sama dengan a) yaitu 2,236
- Kesimpulan:
- Karena hasil hitungan statistika berada di atas 2,03 dan di bawah -2,093, berarti hipotesis H_0 ditolak.
- Sehingga dinyatakan bahwa rata-rata kuat sinyal terima tidak sama dengan -76 dBm.