

# PERCOBAAN 4

## VARIABEL ACAK DAN DISTRIBUSI PROBABILITASNYA

### 4.1. Tujuan :

Setelah melaksanakan praktikum ini mahasiswa diharapkan mampu :

- Membedakan data berdasarkan jenis variabelnya
- Mendapatkan mean dan varians dari distribusi probabilitas variabel acak.
- Mengenal penyelesaian fungsi massa probabilitas (pmf), fungsi kerapatan probabilitas (pdf) dan fungsi distribusi kumulatif (cdf)

### 4.2. Peralatan :

- Laptop / PC Desktop yang support dengan program Matlab
- Bahasa Pemrograman Matlab versi 2009 ke atas

### 4.3. Teori :

Himpunan data hasil pengamatan bisa dimasukkan sebagai variabel acak (random). Disebut acak karena nilai dari variabel tersebut belum dapat dipastikan kebenarannya. Variabel acak sendiri dibedakan menjadi dua macam: variabel diskrit dan variabel kontinu.

Variabel diskrit memiliki nilai pada titik tertentu, atau dapat juga dikatakan bahwa nilai variabel ini dapat dihitung (*countable*). Contoh data dengan variabel diskrit misalkan: jumlah mahasiswa perempuan dalam satu kelas Sejarah, jumlah pasien sakit jantung dalam sebuah rumah sakit negeri dalam 1 tahun. Variabel kontinu memiliki nilai pada range tertentu, atau dapat dikatakan bahwa nilai dari variabel kontinu ini jumlahnya tak terbatas. Contoh data dengan variabel kontinu: data sensor panas yang menunjukkan suhu 27 derajat Celcius dalam 24 jam pengamatan, volume hujan yang diamati dalam 1 tahun.

Sejumlah data, baik dalam bentuk variabel diskrit maupun variabel kontinu memiliki pola distribusi (sebaran) probabilitas pada sebuah pengamatan. Pola distribusi ini bisa didekati dalam dua macam fungsi: fungsi kerapatan probabilitas (pdf) dan fungsi distribusi kumulatif (cdf).

#### 4.3.1. Fungsi Massa Probabilitas (Probability Mass Function - pmf)

Pada data dengan variabel acak diskrit, probabilitas dari masing-masing nilai variabelnya dapat dinyatakan sebagai:

$$P(X = x_1), P(X = x_2), P(X = x_3), \dots, P(X = x_n) \text{ atau} \\ p(x_1), p(x_2), p(x_3), \dots, p(x_n) \quad (1)$$

Dimana nilai dari masing-masing variabelnya adalah  $0 \leq p(x) \leq 1$ . Dan jumlah dari seluruh fungsi probabilitasnya adalah =1.

Rata-rata (mean) dari distribusi variabel acak diskrit dinyatakan sebagai:

$$\mu_x = \sum_{i=1}^n x_i p(x_i) \quad (2)$$

Sedangkan varians dari distribusi variabel acak diskrit dinyatakan sebagai:

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 p(x_i) \quad (3)$$

#### 4.3.2. Fungsi Kerapatan Probabilitas (Probability Density Function - pdf)

Pada data dengan variabel acak kontinyu, distribusi data sangatlah rapat sehingga fungsi probabilitas tidak bisa dikenakan pada masing-masing unit data. Oleh karena itu, model distribusi ini bukan merupakan fungsi probabilitas, namun fungsi kerapatan probabilitas dimana sebuah fungsi probabilitas dikenakan pada data-data dalam interval tertentu.

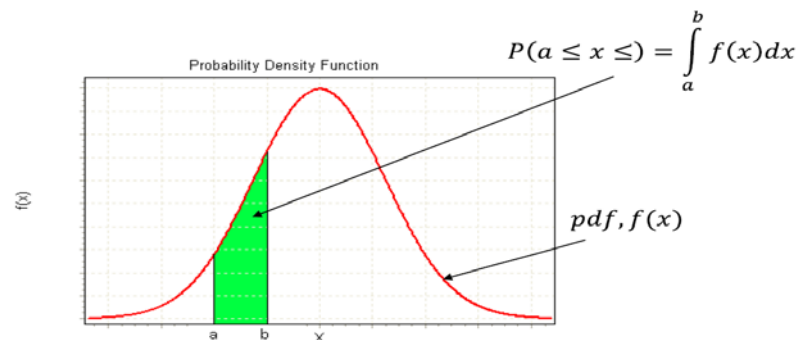
Beberapa persyaratan yang harus dipenuhi dalam fungsi kerapatan probabilitas adalah:

1. Nilai fungsi kerapatan probabilitas  $f(x) \geq 0$
2. Integral seluruh fungsi kerapatan probabilitas,  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
3. Probabilitas variabel acak  $x$  yang terletak di antara  $a$  dan  $b$  harus memenuhi:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx \text{ dan ditunjukkan seperti pada gambar 4.1.}$$

Rata-rata (mean) dari distribusi variabel acak kontinyu dinyatakan sebagai:

$$\mu_x = \int x \cdot f(x) dx \quad (4)$$



Gambar 4.1. Fungsi Kerapatan probabilitas untuk  $a \leq x \leq b$

Sedangkan varians dari distribusi variabel acak kontinyu dinyatakan sebagai:

$$\sigma_x^2 = \int (x - \mu_x)^2 f(x) dx \quad (5)$$

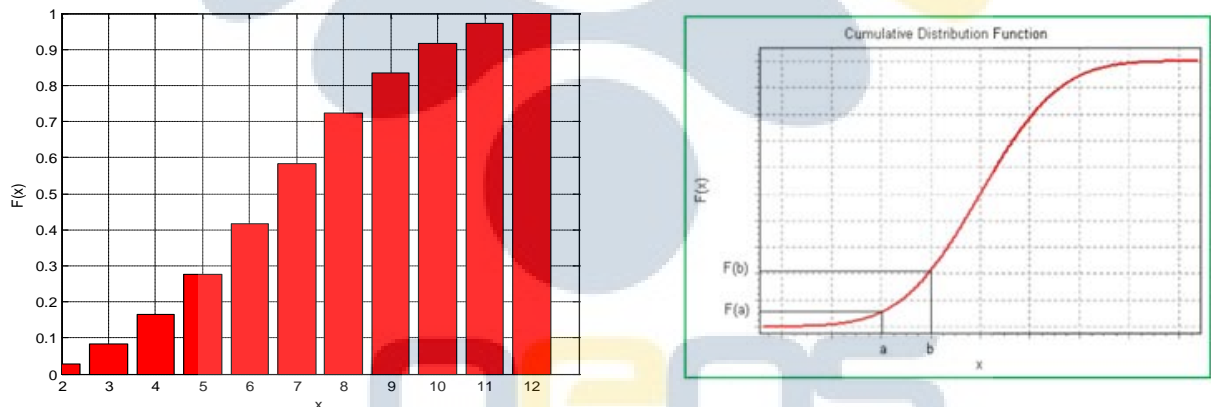
### 4.3.3. Fungsi Distribusi Kumulatif (Cumulative Distribution Function - cdf)

Pada variabel acak diskrit, cdf ini menyatakan jumlahan dari seluruh nilai fungsi probabilitas yang lebih kecil atau sama dengan nilai yang telah ditetapkan, ditulis sebagai:

$$\begin{aligned} F(x) &= P(X \leq x) = \sum_{i=1}^n p(x_i) \\ &= P(X = x_1) + P(X = x_2) + \dots + P(X = x_n) \end{aligned} \quad (6)$$

Sedangkan pada variabel acak kontinyu, cdf menyatakan jumlahan dari seluruh nilai fungsi probabilitas setiap interval-interval data tertentu yang lebih kecil atau sama dengan nilai interval data yang telah ditetapkan. Cdf pada variabel acak kontinyu dinyatakan dalam bentuk integral sebagai berikut:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \quad (7)$$



Gambar 4.2. Fungsi Distribusi Kumulatif untuk variabel diskrit dan kontinyu

## 4.4. Prosedur

### 4.4.1. PMF dan CDF pada variabel acak Diskrit

Sebuah toko bunga mencatat penjualan bunga krisan selama 100 hari penjualan dengan rincian seperti tabel di bawah ini.

- a. Buat program dengan Matlab untuk mendapatkan fungsi probabilitas masing-masing variabel.
- b. Buat grafik pmf dan cdf nya.
- c. Berapa mean dan varians dari penjualan ini ?

Jumlah krisan terjual dalam sehari	Jumlah hari
5	15
9	23
15	42
20	10
30	10
TOTAL	100

```

% Progr1.m
% Program 1 pada Modul-4
clear all; clc;

% Interval pengamatan
M=100;
x =[5 9 15 20 30];
y=[15 23 42 10 10];
x1=1:1:length(x);

% mean penjualan krisan
for i=1:length(x)
    fx(i)=y(i)/M;
    m(i)=x(i)*fx(i);
end
rata2=sum(m);

% varians penjualan krisan
for i=1:length(x)
    s(i)=(x(i)-rata2)^2*fx(i);
end
vari=sum(s);

figure(1)
% plot pmf
bar(x,fx);
grid on;
xlabel('x');
ylabel('f(x)');
title('grafik pmf dari penjualan krisan');

p1(1)=fx(1);
for i=2:length(x)
    p1(i)=p1(i-1)+fx(i);
end

figure(2)
% Plot cdf
bar(x,p1,'red');
xlabel('x');
ylabel('F(x)');
grid on;
title('grafik cdf penjualan krisan');

```

#### 4.4.2. PDF dan CDF pada variabel acak Kontinyu

Dari 100 orang yang disurvei secara acak, setiap orang diminta mengerjakan tugas tertentu. Hasil pengamatan menunjukkan waktu yang mereka gunakan untuk menyelesaikan tugas tersebut, seperti pada tabel di bawah.

Waktu (detik)	Frekuensi	Frekuensi relatif
114-15	2	0,02
15-16	11	0,11
16-17	20	0,2
17-18	42	0,42
18-19	17	0,17
19-20	5	0,05
20-21	3	0,03
TOTAL	100	1

- Buat program dengan Matlab untuk mendapatkan fungsi kerapatan probabilitas dan fungsi distribusi kumulatifnya.
- Buat grafik pmf dan cdf nya.
- Berapa mean dan varians dari himpunan data ini?

```

% Progr2.m
% Program 2 pada Modul-4
clear all; clc;

% Interval pengamatan

x =1:1:7;
M=length(x);
f=[2 11 20 42 17 5 3];
ft=100;

for i=1:M
    fr(i)=f(i)/ft;
end

% mean data
for i=1:M
    m(i)=f(i)*fr(i);
end
rata2=sum(m);

% varians data
for i=1:M
    s(i)=(f(i)-rata2)^2*fr(i);
end
vari=sum(s);

figure(1)
% plot pmf
plot(x,fr,'b','Linewidth',2);
grid on;
xlabel('x');
ylabel('f(x)');

```

#### 4.4.3. Soal-soal Distribusi Probabilitas

- Berat padi yang dipanen di sebuah desa dalam 50 kali panen memiliki distribusi seperti tabel berikut:

Berat bersih (Kw)	Frekuensi	Frekuensi relatif
10-20	4	0,08
20-30	8	0,16
30-40	6	0,12
40-50	8	0,16
50-60	7	0,14
60-70	5	0,1
70-80	5	0,1
80-90	4	0,08
90-100	3	0,06
TOTAL	50	1

- a. Dapatkan fungsi kerapatan probabilitas dan fungsi distribusi kumulatifnya.
- b. Gambarkan grafik pdf dan cdf nya

2. Dalam setiap jam, distribusi probabilitas jumlah siswa yang datang ke perpustakaan sekolah seperti ditunjukkan tabel berikut:

Banyak siswa	0	1	2	3	4	5	6	7
Probabilitas	0,02	0,04	0,05	0,28	0,27	0,13	0,01	0,2

Hitunglah:

- a. Probabilitas paling sedikit 4 orang yang datang di perpustakaan.
- b. Rata-rata siswa yang datang ke perpustakaan
- c. Gambarkan grafik pdf dan cdf nya

#### 4.5. Analisa dan Kesimpulan

Analisa dari masing-masing kasus yang telah diselesaikan dengan Matlab tersebut, kapan sebuah distribusi probabilitas dikategorikan sebagai variabel acak diskrit dan kapan sebagai variabel kontinyu ?

#### 4.6. Tugas

Bangkitkan bilangan random integer sebanyak 1000 data. Bagilah data-data tersebut menjadi 10 interval, dimana masing-masing interval memiliki probabilitas frekuensi kemunculan sendiri. Carilah pdf dari data-data tersebut dan gambarkan kurva distribusi probabilitasnya dan kumulatifnya. Ulangi sebanyak 2 kali dengan jumlah data yang bervariasi.

